



SS科学研究Ⅱ(Mathmatica 基本演習講座)

学校設定科目「SS科学研究Ⅱ」は、3年英進選抜理系クラスを対象に実施します。2年次に取り組んだSS科学研究Ⅰでの課題研究の英文レポート作成や出張講義の参加、先端科学体験、科学実験での探究活動などを行います。5月18日(土)には、世界中で使われている数学演算処理ソフト「Mathmatica」を使って演習を行い基本を学びました。



Mathmatica は、数学とその応用のための汎用ソフトウェアで、現在では高校から大学院までの学生および研究者、エンジニア、アナリストなどに使用され、科学、技術、ビジネスの分野で幅広く使われています。Mathmatica は、プログラムを組むことでさまざまな分野のシミュレーションを見ることができ、いろいろな事象・現象の分析にも用いられています。

今回は、Mathmatica の入出力に関する基本を学び、大学進学後の学習や研究につなげることができるよう高大接続も意識して教材を開発しました。参加した生徒全員が、Mathmatica を使用するのは初めてでしたが、さすがは理系の生徒で、しかも3年生とあって極限や数列、微分、積分などは学習済で、とても理解が早く短時間で基本を吸収することができました。

Mathmatica は高度な処理能力を持ち、その処理速度も速く、例えば、無理数の π の厳密解を10万桁表示させることも一瞬で行うことができます。

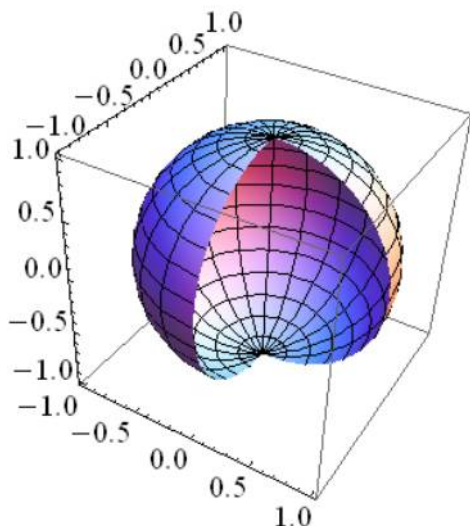
◆ π を 100000 桁表示するコマンド `N[Pi, 100000]`

結果 3.1415926535897932384626433832795028841971693993751・・・以下省略

◆ 3次元パラメーター関数のグラフィック・・・グラフィックをマウスで回転させることもできます。

`ParametricPlot3D[{Sin[v]Cos[u], Sin[v]Sin[u], Cos[v]}, {u, 0, 3 Pi/2}, {v, 0, Pi}]`

結果



※ 次ページに、今回の教材を掲載しました。


Mathematica の基本演習

Mathematica について

Mathematica は数学とその応用のための汎用ソフトウェアであり、現在では高校から大学院までの学生および研究者、エンジニア、アナリストなどに用いられ、科学、技術、ビジネスの分野で用いられている。

1. 起動と終了

起動 ①または②の方法

- ① デスクトップにある多面体の形をした Mathematica のアイコン  をダブルクリックする。
- ② スタート ⇒ すべてのプログラム ⇒ Wolfram Mathematica ⇒ Wolfram Mathematica8 の順にクリックする。
- ③ 新規作成の場合は、ノートブックをクリックする。既存のファイルを開く場合は、最近開いたファイル、または開くをクリックして開きたいファイルを選んでクリックする。

終了

- ① マウスで、ファイル ⇒ 終了 の順でクリックする。
- ② 保存するときはサーバーの各自のフォルダに保存する。

2. 入力方法

(1) 入力コマンドの実行方法

ノートの幅いっぱいにある水平のライン上で入力することができる。(半角英数モード)

入力コマンドを実行するには、「SHIFT」キーを押しながら「ENTER」キーを押す。「ENTER」キーを押しただけでは、改行しかされない。

`N[Pi,20]` と入力して シフトキーを押したままエンターキーを押す。

`In[1]:= N[Pi,20]` 「 π を 20 桁まで表示」するコマンド

`Out[1]:= 3.1415926535897932385` 結果が `Out[]:=` に続いて表示される。

(2) 関数名の大文字と小文字に注意

Mathematica で定義されている記号は大文字で始まる。ユーザー関数を定義する場合は、小文字にする。

(3) 括弧の使用方法にはルールがある。

- ① 丸括弧「()」は数学の計算と同じで、式をグループ化する。

○ $x + (y - 1) / 5$ × $\sin()$

- ② 中括弧「{ }」はリスト、範囲を定義する。

○ $\{x, y, z\}$ × $\cos\{ \}$

- ③ 角括弧は関数専用で、他では使用できない。

○ $\sin[x^2]$ × $[y - 1] / 5$

(4) 「=」の使用方法にはルールがある。

- ① 等号「=」は、ある変数にある値を与える。

`x = 6` x に 6 を代入する。 `y = $x^2 + 3x - 2$` y を $x^2 + 3x - 2$ とする。

- ② コロンと等号の組み合わせ「:=」は、関数定義に使う。

`f[x_]:=x^2 - 1` `f[x_]` を $x^2 - 1$ の関数とする。

- ③ 二重等号「==」は、方程式を定義するとき、2つの表現式を定義するときに使われる。

`Solve[{x + y == 2, 4x - 2y == 5}, {x, y}]` 連立一次方程式を解く。

`In[1]:= x = 2` `Out[1]:= 2`

`In[2]:= x == 1` `Out[2]:= False` x は 1 は間違っている。

`In[3]:= x == 2` `Out[3]:= True` x は 2 はあっている。

(5) 数学記号の入力方法

① 「かけ算」・・・ * の代わりにスペースでもよい。入力するとグレーの×に変わる。

$2*3$ または $2\ 3$ と入力すると 2×3 と自動的に変換される。

② 「割り算, 分数」・・・ 「/」での代わりに, 「CTRL」 + 「/」で分数にできる。

$3x / 2$ または, $\frac{3}{2} x \Rightarrow 3$ を入力後「CTRL」 + 「/」 で $\frac{3}{\square}$ が表れ, \square に 2 を入力。「→」キーで分数から抜け出し, 続いて x を入力する。

③ 「累乗」・・・べき乗は $^$ を使う。 $^$ の代わりに 「CTRL」キー+「^」で指数を入力することもできる。

$x^3 \Rightarrow x$ を入力後「CTRL」 + 「^」 で x^{\square} が表れ, \square に 3 を入力。

④ 自然対数の e は, 「ESC」 ee 「ESC」 で e が表示される。

⑤ 虚数単位の i は, 「ESC」 ii 「ESC」 で i が表示される。

⑥ 根号の $\sqrt{\square}$ は 「CTRL」 + 「2」の 数字キーで表れる。 \square に値を入力。

3. 数値計算

(1) 足し算, 引き算

```
In[2]:= 2 + 3
Out[2]:= 5
In[3]:= 0.12 - 1.5
Out[3]:= -1.38
```

(2) 掛け算, 割り算

```
In[4]:= 21 * 12
Out[4]:= 252
In[5]:= 5 / 3
Out[5]:=  $\frac{5}{3}$ 
```

(3) べき乗

```
In[6]:= 3^10
Out[6]:= 59049
```

(4) 有理数

有理数に関する処理は, デフォルトでは, 計算されずにそのままの形で表示される。

```
In[7]:=  $\frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{1}{5} - \frac{2}{7}$ 
Out[7]:=  $-\frac{47}{140}$ 
```

入力データに小数点が混合している場合は, 小数で表示される。

```
In[8]:=  $0.5 - \frac{3}{4} + \frac{1}{5} - \frac{2}{7}$ 
Out[8]:= -0.335714
```

有理数から実数へ変換する場合は, 関数「N」を使用する。

```
In[9]:= N[3/5]
Out[9]:= -0.6
```

(5) 複素数

複素数は実部と虚部に分かれて表示される。

```
In[10]:= (3 + 2I)/(4 - 5I)
Out[10]:=  $\frac{2}{41} + \frac{23i}{41}$ 
In[11]:= (3.0 + 2I)/(4 - 5I)
Out[11]:= 0.0487805 + 0.56097561i
```

(6) 変数の代入

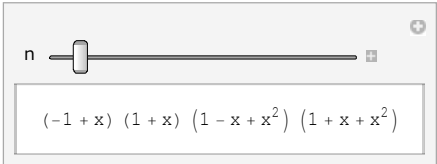
ある数式に変数を代入するには (数式)/.(変数)-(値)

```
In[12]:= x + y + 2z/.z->5
Out[12]:= 10 + x + y
```

4. 記号計算

(1) 因数分解 **Factor[]**

```
In[13]:= Factor[x3 - 5x2 - 2x + 24]
Out[13]:= (-4 + x)(-3 + x)(2 + x)
In[14]:= TraditionalForm[%] ..... TraditionalForm を使うと、降べきにできる。%は直前の値の意味
Out[14]:= (x - 4)(x - 3)(x + 2)
In[15]:= Manipulate[Factor[xn - 1], {n, 0, 100, 1}] ..... Manipulate を用いれば、スライダーを操作して
n 次式 xn - 1 の因数分解を n が 0 から 100 までみられる。
```

```
Out[15]:= 
```

(2) 展開 **Expand[]**

```
In[16]:= expr1 = Expand[(x2 + a2x + a)3] ..... expr1 を (x2 + a2x + a)3 を展開した値とする (代入)。
Out[16]:= a3 + 3a4x + 3a2x2 + 3a5x2 + 6a3x3 + a6x3 + 3ax4 + 3a4x4 + 3a2x5 + x6
```

(3) 項のまとめ **Collect[]**

```
In[17]:= Collect[expr1, x] ..... expr1 を x について項をまとめる。
Out[17]:= a3 + 3a4x + (3a2 + 3a5)x2 + (6a3 + a6)x3 + (3a + 3a4)x4 + 3a2x5 + x6
```

(4) 約分 **Cancel[]** Cancel の代わりに複雑な式を簡単にする「Simplify」を使っても約分できる。

```
In[18]:= Cancel[(x2 - x - 2)/(x2 - 1)]
Out[18]:=  $\frac{-2+x}{-1+x}$ 
```

(5) 通分 **Together[]**

```
In[19]:= Together[ $\frac{2}{x-1} + \frac{1}{2x+5}$ ]
Out[19]:=  $\frac{9+5x}{(-1+x)(5+2x)}$ 
```

(6) 部分分数に分ける **Apart[]**

```
In[20]:= Apart[ $\frac{1}{x^3-1}$ ]
Out[20]:=  $\frac{1}{3(-1+x)} + \frac{-2-x}{3(1+x+x^2)}$ 
```

- (7) 方程式① **Solve[]** Solve 関数は方程式を「==」で表す。第2引数は変数を表し、これについて解く。

In[21]:= Solve[$3x^2 + 4x - 5 == 0$, x]

Out[21]:= $\{\{x \rightarrow \frac{1}{3}(-2 - \sqrt{19})\}, \{x \rightarrow \frac{1}{3}(-2 + \sqrt{19})\}\}$

- 方程式② **NSolve[]** NSolve 関数は、ルートや分数でなく数値で解を生成する。

In[22]:= NSolve[$3x^2 + 4x - 5 == 0$, x]

Out[22]:= $\{\{x \rightarrow -2.11963\}, \{x \rightarrow 0.78630\}\}$

- 方程式③ **連立方程式**は、方程式と求める解の変数を{ }に入れる。

In[23]:= Solve[{ $x + y == 2, x - 4y + z == -3, 2x + y - 4z == 0$ }, {x, y, z}]

Out[23]:= $\{\{x \rightarrow \frac{6}{7}, y \rightarrow \frac{8}{7}, z \rightarrow \frac{5}{7}\}\}$

- (8) 和 Σ パレットから記号 $\Sigma_{\square=\square}$ を選び口に入力する。

In[24]:= $\sum_{k=1}^n k^2$

Out[24]:= $\frac{1}{6}n(1+n)(1+2n)$

- (9) 極限 **Limit[]**

In[25]:= Limit[$\frac{2n+1}{3n-1}, n \rightarrow \text{Infinity}$] Infinity の代わりにパレットの ∞ を用いてもよい。

Out[25]:= $\frac{2}{3}$

In[26]:= Limit[$(1+t)^{\frac{1}{t}}, t \rightarrow 0$]

Out[26]:= e

- (10) 微分 **D[]**

In[27]:= D[$x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$, x] x に関する微分

Out[27]:= $1 + 2x + 3x^2 + 4x^3$

In[28]:= D[Sin[a * t] + Tan[b * t] + A * Cos[t^3], t] t に関する微分

Out[28]:= $a \cos[at] + b \sec[bt]^2 - 3At^2 \sin[t^3]$

In[29]:= D[x^4 , {x, 2}] x に関して2回微分。3回微分は{x, 2}が{x, 3}となる。

Out[29]:= $12x^2$

- (11) 不定積分 **Integrate[f[x], x]** または、パレットの $\int d\Box$ を使う。

In[30]:= Integrate[$4\pi(r^2)$, r] r に関する積分。 $\int 4\pi(r^2) dr$ でもよい。

Out[30]:= $\frac{4\pi r^3}{3}$

- (12) 定積分 **Integrate[f[x], {x, a, b}]** または、パレットの $\int d\Box$ を使う。

In[31]:= $\int_1^2 x^4 dx$ x に関する定積分。Integrate[x^4 , {x, 1, 2}]でもよい。

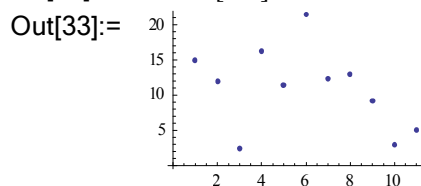
Out[31]:= $\frac{31}{5}$

5. グラフィック処理

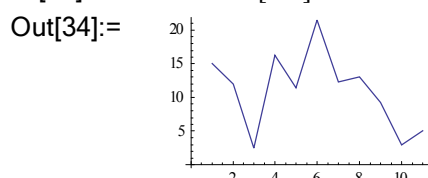
(1) データ点のプロット `ListPlot []` `ListLinePlot []`

In[32]:= `ten = {15,12,2.5,16.3,11.4,21.5,12.3,13,9.2,3,5.1};` ... 11個の数値で他を ten とする。

In[33]:= `ListPlot[ten]`

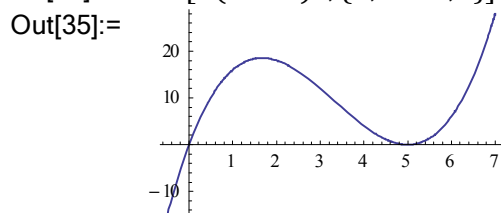


n[34]:= `ListLinePlot[ten]` ... 直線で結んだグラフにする。



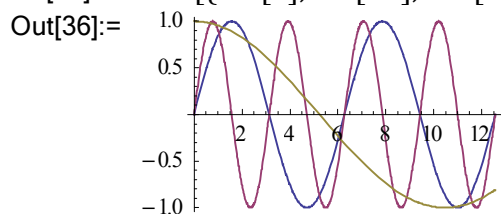
(2) 1 変数関数のプロット `Plot [F[x] , { x の範囲 }]`

In[35]:= `Plot[x(x - 5)^2, {x, -0.5, 7}]`



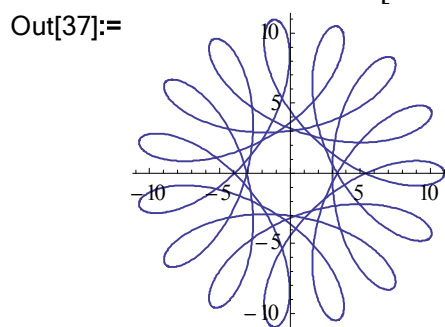
(3) 複数の関数を同じ座標でプロット `Plot [F[x] , G[x] , H[x] , { x の範囲 }]`

In[36]:= `Plot[{Sin[x], Sin[2x], Cos[0.3x]}, {x, 0, 4π}]`



(4) パラメータ表示 ($x=f(t)$, $y=g(t)$) の曲線のプロット `ParametricPlot [F[t] , G[t] , { t の範囲 }]`

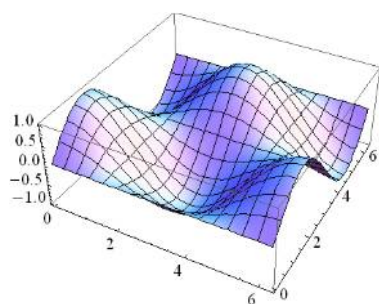
In[37]:= `ParametricPlot[{4Cos[-11 t/4] + 7Cos[t],
4Sin[-11 t/4] + 7Sin[t]}, {t, 0, 8Pi}, AspectRatio -> Automatic]`



- (5) 2変数関数 $f(x, y)$ の値を高さで表した曲面のグラフ `Plot3D[F[x, y], {x, xの範囲}, {y, yの範囲}]`

```
In[38]:= Plot3D[Cos[x]Sin[y], {x, 0, 2Pi}, {y, 0, 2Pi}]
```

```
Out[38]:=
```

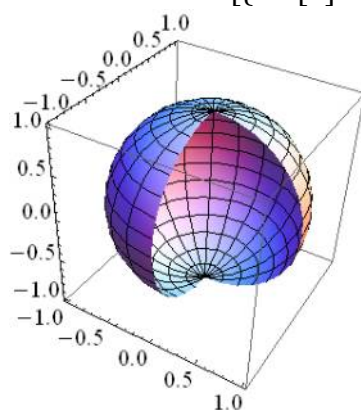


- (6) 2変数 u, v の関数 $x=f(u, v)$, $y=g(u, v)$, $z=h(u, v)$ と表される曲面 (パラメータ表示の曲面)

`ParametricPlot3D[F[u,v], G[u,v], H[u,v], {u, uの範囲}, {v, vの範囲}]`

```
In[39]:= ParametricPlot3D[{Sin[v]Cos[u], Sin[v]Sin[u], Cos[v]}, {u, 0, 3 Pi/2}, {v, 0, Pi}]
```

```
Out[39]:=
```



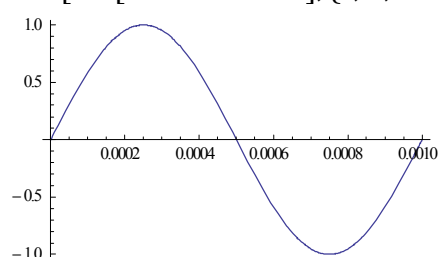
6. 応用

- (1) 関数を演奏する。

Mathematica が生成する波形を音として聴く。

```
In[40]:= Plot[Sin[1000 * 2π * t], {t, 0, 0.001}, ImageSize → 250] .. Sin(2000 π t)の正弦波を書く
```

```
Out[40]:=
```



```
In[40]:= Play[Sin[1000 * 2π * t], {t, 0, 10}] ... Sin(2000 π t)の正弦波(振動数 1000Hz)の音を 10 秒間聞く。
```

```
Out[40]:=
```

